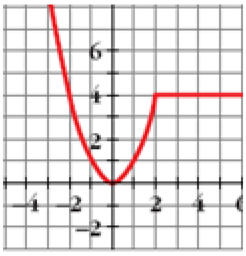
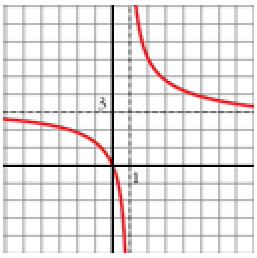
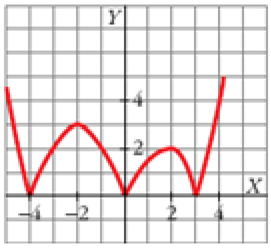
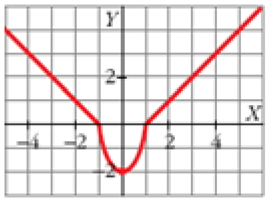
Departamento de Matemáticas
Hoja de ejercicios 1º Bachillerato CC.SS. Tema 7. DERIVADAS

1.- Calcula la TVM de las siguientes funciones en los intervalos $[1,2]$, $[1,3]$ y $[-2,-1]$:

a) $f(x)=2x+5$ b) $f(x)=x^2-3$ c) $f(x)=\dfrac{3}{x}$ d) $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+3}$

2.- ¿Qué puedes decir de la monotonía de las funciones anteriores en dichos intervalos?

3.- Calcula la $TVM[2,4]$, $TVM[0,2]$ y $TVM[-2,0]$ de las siguientes funciones:

4.- Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2x^4+senx\cdot\cos x$ b) $f(x)=\dfrac{3x^2-7x}{3x^4}$ c) $f(x)=\dfrac{senx}{tgx}$

d) $f(x)=\sqrt{x}\cdot(4x^{10}-x)$ e) $f(x)=\dfrac{x^2}{4x^3-\sqrt{x}}$ f) $f(x)=\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$

g) $f(x)=\sqrt{4x^2+3x+100}$ h) $f(x)=\left(x^2-5x+20\right)^{\frac{1}{2}}$ i) $f(x)=sen^{-2}x$

j) $f(x)=\sqrt[3]{\cos x}$ k) $f(x)=(tgx)^{\frac{2}{3}}$ l) $f(x)=\sqrt{\ln(tgx)}$

m) $f(x)=\ln(\sqrt{4x})\cdot sen(2x+3)$ n) $f(x)=\ln\left(\sqrt{tg(2x)}\right)$ ñ) $f(x)=\ln(e^x)$

o) $f(x)=\dfrac{\cos^2 x+3x^2-1}{3x^2-5}$ p) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x+1}{x-3}}\cdot\cos\left(\sqrt{x}\right)$ q) $f(x)=\sqrt[5]{tg(x^2)}$

r) $f(x)=e^{sen\left(x^2\right)}\cdot\dfrac{1+x^2}{3-2x}$ s) $f(x)=\cos^2 x\cdot\ln\left(senx\right)$ t) $f(x)=\left(tgx\right)^{-1}\cdot\sqrt{e^x}$

u) $f(x)=\dfrac{e^{4x+1}-5x^2+7}{3x^2-1}$ v) $f(x)=\ln(sen\sqrt{x})\cdot e^{5x}$ w) $f(x)=\dfrac{\cos(e^{\sqrt{x}})}{\ln(2^x)}$

x) $f(x)=\left[sen\left(\sqrt{5x^2-8}\right)\right]^3\cdot\ln(3x-2)$ y) $f(x)=\dfrac{senx\cdot\cos(\sqrt{x})}{2^x}$

5.- Estudia el dominio y la monotonía de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 3$ b) $f(x) = x^3 - \frac{21}{2}x^2 + 30x + 12$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$ d) $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}$ e) $f(x) = \frac{3x+4}{x-5}$

f) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ g) $f(x) = \frac{8-3x}{x(x-2)}$ h) $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 3x + 1)$

i) $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{e^x}$ j) $f(x) = x^2 \cdot \ln x$ k) $f(x) = e^x - x$

6- Representa las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ b) $f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x$ c) $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}$

d) $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$ d) $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$ e) $f(x) = \frac{4 - 2x^2}{x}$ f) $f(x) = \frac{1}{x^2-2x}$

g) $y = \frac{x+1}{x^2 - 2x + 1}$ h) $f(x) = \frac{x^2}{3x+3}$ i) $f(x) = \frac{x^3}{3x+3}$ j) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

7.- Estudia la derivabilidad de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x-2} & si \;\; x < 0 \\ 2x^2 - x - 2 & si \;\; 0 \le x < 3 \\ 2x - 3 & si \;\; x \ge 3 \end{cases}$

8.- Calcula a, b y c para que sea derivable la función $f(x) = \begin{cases} a \cdot e^{2x} & si \;\; x < 0 \\ 1 + bx & si \;\; 0 \le x \le 1 \\ 2x + 4c & si \;\; x > 1 \end{cases}$.

9.- El beneficio por la venta de x unidades es: $f(x) = \begin{cases} -0'1x^2 + 3x + 2 & si \;\; 10 \le x \le 20 \\ 14 + 0'4x & si \;\; 20 \le x \le 30 \\ 32 - 0'2x & si \;\; 30 \le x \le 40 \end{cases}$

Representa la gráfica de $f(x)$ y calcula para qué ventas se maximiza el beneficio.

10.- Representa una función $y = f(x)$ de la que sabemos:
a) Es continua
b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to \infty} f(x) = 2$.
c) Tiene tangente horizontal en los puntos P(-2,3) y Q(3,5)
¿Son máximos o mínimos los puntos de tangente horizontal?

11.- Representa una función $y = f(x)$ de la que sabemos:
a) Es continua
b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$.
c) Los puntos P(-1,0) y Q(2,1) son los únicos puntos con tangente horizontal
¿Son máximos o mínimos los puntos de tangente horizontal?

12.- Considera la función $f(x) = ax^2 + bx + 11$, donde a y b son parámetros reales. Determina el valor de a y b para que $f(x)$ tenga un extremo (máximo o mínimo) relativo en el punto (2,5). ¿Es máximo o mínimo?

13.- Halla a, b y c para que la curva $f(x) = a + bx^2 + \frac{c}{x}$ presente un mínimo en (1,4) y pasa por el punto (-1,0)

14.- Halla a, b y c para que la curva $f(x) = a + bx + \frac{c}{x}$ presente un mínimo en (2,6) y pase por el punto (1,7).

15.- ¿Cuánto debe valer a para que la función $f(x) = x \cdot \ln x - ax$ tenga la recta tangente paralela a $y = x$ en el punto de abscisa $x = e$

16.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 4$, que son paralelas a la recta de ecuación $6x - 2y + 1 = 0$.

17.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = \sqrt{2x+1}$, que son paralelas a la recta de ecuación $3x - 9y + 1 = 0$.

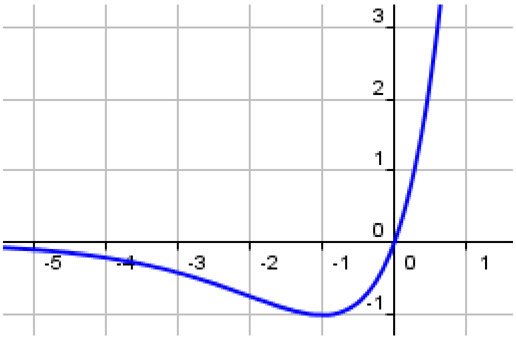
18.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = \ln x + \frac{1}{x}$, que sean horizontales.

19.- Obtén las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = senx$, que sean paralelas a la bisectriz del primer cuadrante $(y = x)$.

20.- Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x + \sqrt{x}$ en la abscisa $x = 4$.

21.- Si $f'(1) = 0$, indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
a) La función $f(x)$ tiene un extremo relativo en $x = 1$.
b) $f(1) = 0$
c) La recta tangente en $x = 1$ tienen pendiente 0.

22.- Observa la gráfica de la función $y = f(x)$ y responde:
a) ¿Tiene algún punto de tangente horizontal?
b) ¿Para qué valores se cumple que $f'(x) > 0$?
c) Sabemos que la tangente a la curva en $x = 0$ es paralela a la recta $y = 2x - 1$. ¿Cuánto vale $f'(0)$?
d) La tangente a la curva en $x = -1/2$ es paralela a la bisectriz del primer cuadrante, ¿Cuánto vale $f'(-1/2)$?



23.- El precio por minuto de una llamada de teléfono viene dado por la función $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{1+x^2}$, donde x es la duración de la llamada (en minutos). Se pide:
a) Representa la función anterior.
b) ¿Para qué duración de llamada nos sale el minuto más barato?
c) ¿Cuál es el precio por minuto a medida que la llamada es más y más duradera?
d) Calcula la función "Coste total de la llamada" en función de la duración de la misma.

24.- La función $f(x) = \dfrac{2x^2 - 8x - 4}{4 + x^2}$ indica los beneficios de una gran empresa, en millones de euros, en función de los años desde que se inauguró dicha empresa (x).
a) Representa la función $f(x)$.
b) ¿Al cabo de cuánto tiempo la función tiene máximos beneficios?
c) ¿A partir de qué año la empresa comienza a tener beneficios reales?
d) ¿Cuál será el beneficio de la empresa a medida que transcurren los años?

25.- La concentración en sangre de un fármaco después de su toma es $C(t) = -2t^3 + 3t^2 + 12t$ mg/litro (siempre que $C(t)$ sea mayor o igual a 0), donde t son los minutos transcurridos. Se pide:
a) Calcula el periodo de tiempo durante el cual el fármaco actúa.
b) Determina en qué instante la concentración del fármaco es máxima.

26.- La siguiente curva muestra la altura sobre el río Támesis a la que se encuentra un cesto de la noria "Golden eye" de Londres, en función del tiempo transcurrido (min).
a) ¿Dónde presenta máximos y mínimos?
b) ¿Cuál es el radio de dicha noria?
c) ¿Para qué valores de x, $f'(x) > 0$?
d) ¿A qué altura nos encontramos a los 22 minutos?